

Intrication sujet-objet dans la mesure de l'information

DEA Sciences Cognitives Paris 2002-2003

Marco Testi

Sous la direction du Prof. Giuseppe Longo

LIENS (CNRS-ENS), 45 rue d'Ulm, 75005 Paris

PLAN DE LA PRESENTATION :

- § Subjectivité de l'information
- § Perspective sous la problématique de la mesure : sujet et objet deviennent appareil de mesure et phénomène à mesurer. Analyse des idées en provenance de la physique
- § Ségrégation/mélange dynamique des processus sujet/objet lorsque ils coexistent dans un même environnement, l'espace de phase d'un système quantique
- § Transposition des thématiques de la mesure sur la DH. Construction d'une analogie
- § Espace de phase du réseau neuronale : terrain sur lequel la ségrégation/mélange des processus sujet/objet est joué

SUBJECTIVITE ET METRIQUE DE L'INFORMATION

- § Différents regards possibles sur le « réel ». Différentes structurations mathématiques
- § L'information n'est pas absolue mais elle est déterminée par les caractéristiques d'interaction entre entités

Ecriture du problème en termes de

- § Espace des données
- § Transformations entre les espaces (partie du processus d'*interprétation qualitative*)
- § Mesures d'information entre les espaces ou les transformations (partie du processus d'*interprétation quantitative*)

[2] J. P. Crutchfield, "Information and its metric" in Nonlinear Structures in Physical Systems - Pattern Formation, Chaos and Waves (L. Lam and H. C. Morris, eds.), (New York), p. 119-130, Springer-Verlag, 1990

DYNAMICAL HYPOTHESIS

« Les agents cognitifs sont des systèmes dynamiques. On n'adresse pas la question de *ce qui* permet à quelque chose d'être cognitif, mais comment l'agent cognitif *fonctionne* »

§ Nécessité d'intégrer l'hétérogénéité des domaines pour agir scientifiquement d'une façon unifiée: problème technique principal des sciences cognitives

§ En DH : différents niveaux d'organisation dans un système cognitif → structurée et réorganisée en liaisons homogènes dans le système dynamique global

§ « Métrique condition d'intelligibilité d'un espace »

[3] Van Gelder, T. (1998) "The dynamical hypothesis in cognitive science" Behav. Brain Sci. 21, 615--665 <http://citeseer.nj.nec.com/vangelder97dynamical.html>

[7] F.Bailly, G.Longo. "Objective and Epistemic Complexity in Biology". Invited lecture, International Conference on Theoretical Neurobiology, National Brain Research Centre, New Delhi, INDIA, February, 2003

(Un) Problème de la mesure

Analogie

Problème de la subjectivité de l'information	~	Problème de la mesure en physique
Sujet et objet	~	Appareil de mesure et phénomène à mesurer

MESURE EN PHYSIQUE CLASSIQUE

- Élément révélateur
- Transducteur
- Stabilité, fiabilité de l'instrument de mesure
- Temps caractéristique de réponse, rapidité
- Sensibilité
- Fond- échelle
- Intervalle de fonctionnement
- Résolution
- Précision
- ...

MESURE EN MECANIQUE QUANTIQUE

L'enseignement fondamental que l'on retient de la mécanique quantique en sciences cognitives est
l'intrication sujet-objet

Nous pensons que quoique le contex soit très différent, on peut s'inspirer de la pratique de la Physique Quantique pour analyser cette intrication dans le problème cognitive

Construction des connaissances

- § Système quantique S : compréhension en termes de *dynamique* de ses états
- § Accès au système au moyen de grandeurs physiques *observables* O_1, O_2, \dots
- § Observables extraits par un processus de *mesure* sur l'état du système
- § Spectres de mesure $SO_1, SO_2 \dots SO = (a,b), o \in SO$, ou $SO = \{o_i\}_{i=1..N}$, \rightarrow Espace des états du système H_S (espace d'Hilbert) à dimension N , $N \leq \prod_{i=1..k} \text{card}(SO_i)$
- § Formalisme quantique, opérateurs linéaires hermitiennes \hat{O}
 $\hat{O} |\psi_i\rangle = o_i |\psi_i\rangle$, vecteurs propres $|\psi_i\rangle \in SF = \{|\psi_i\rangle\}_{i=1..N}$
- § Correspondance entre les valeurs de SO et les vecteurs d'état propres dans H_S : $SO \rightarrow SF$
- § Etat du système : $|\psi\rangle = \sum_i c_i |\psi_i\rangle$, $|\psi\rangle \in H_S$

[10] Cohen-Tannoudji C., Diu B., Laloë F. « Mécanique Quantique », Hermann, Vol 1&2

[11] R. Feynman "The Feynman Lectures on Physics" vol N.3 "Quantum mechanics", Addison Wesley

[12] R. Omnès « Comprendre la mécanique quantique », EDP Sciences, 2000

ESPACE GLOBAL

Processus de mesure :

Interaction Système S \longleftrightarrow Appareil de mesure A
du même ordre des interactions internes au système qu'on
entend mesurer



Appareil de mesure A :

Système lui-même qu'on peut décrire par des états $\in H_A$

Environnement contextuel E, états $\in H_E$



Espace des états global donné par

$$H_S \otimes H_A \otimes H_E$$

§ \rightarrow Espace global homogène

§ Distinction entre système, état et objet physique devient
très épineuse à faire

MATRICE (OPERATEUR) DE DENSITE ρ^\wedge

$$\rho^\wedge = |\psi\rangle \langle \psi| = \sum_{i,j} c_i^* c_j |\psi_j\rangle \langle \psi_i| \quad i,j = 1..N$$

§ Termes diagonaux $c_i^* c_i$ $i=1..N$: *densité de probabilité* des vecteurs/états de base

§ Termes non diagonaux $c_i^* c_j$ $i,j \neq i$: *interférence* entre les vecteurs/états de base

$$\rho^\wedge = \sum_k \text{Pr}(k) |\psi^{(k)}\rangle \langle \psi^{(k)}|$$

§ $\text{Pr}(k)$ est la probabilité statistique *classique* de l'état k

DYNAMIQUE

$$i\hbar(\partial/\partial t)\rho^\wedge = [H^\wedge, \rho^\wedge]$$

i unité imaginaire, \hbar constant de Planck/ 2π ,

H^\wedge Hamiltonien du système (opérateur d'énergie)



§ Dynamique sur l'espace global homogène du système

INTRICATION (*ENTANGLEMENT*)

§ Deux systèmes S et A, états $|\psi\rangle_S$ et $|\phi\rangle_A$ sur des espaces d'Hilbert H_S et H_A . \rightarrow Espace du système composite $H_S \otimes H_A$, état du système composite $|\Omega\rangle = |\psi\rangle_S |\phi\rangle_A$, *état pure*

§ Observable \hat{O}_S et \hat{O}_A sur H_S et H_A , \rightarrow bases pour H_S donnée par les autovecteurs de \hat{O}_S , $\{|i\rangle_S\}$, base pour H_A $\{|j\rangle_A\}$ $\rightarrow |\Omega\rangle = (\sum_i a_i |i\rangle_S) (\sum_j b_j |j\rangle_A)$

▼ évolution temporelle

§ Base de $H_S \otimes H_A$ donné par $\{|i\rangle_S\} \otimes \{|j\rangle_A\}$ \rightarrow état plus général sur $H_S \otimes H_A$ est $|\Theta\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |i\rangle_S |j\rangle_A$

§ Si état non séparable, état intriquée (*entangled*)

Exemple

§ base de H_S , $\{|0\rangle_S, |1\rangle_S\}$, base de H_A , $\{|0\rangle_A, |1\rangle_A\}$

§ $|\Theta\rangle = (1/\sqrt{2}) (|0\rangle_S |1\rangle_A - |1\rangle_S |0\rangle_A)$: état *entangled*

▼ mesure sur A avec \hat{O}_A

§ si \hat{O}_A donne valeur propre 0 $\rightarrow |1\rangle_S |0\rangle_A$

§ si \hat{O}_A donne valeur propre 1 $\rightarrow |0\rangle_S |1\rangle_A$

STRUCTURE DE L'OBSERVABLE

Incapacité à saisir par un regard extérieur « absolue » ou « aseptique » le fait « atomique » dans la réalité qu'on entend étudier. **L'information est elle-même cognitive** (physique)

- § Phénomène quantique de base : échange d'information physique élémentaire qu'on arrive à saisir au cours d'une *mesure* → par moyen d'une interaction, à la dépense d'une énergie et au cours d'un temps
- § (Hyp) : Indétermination $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \Rightarrow$ **Indétermination sur l'échange d'information**. Taille minimale *en physique* : \hbar
- § Entrer à l'intérieur de la taille minimale admise signifie perdre le sens de l'information; se poser des « questions » auxquelles on n'est pas par *principe et techniquement* capable d'accéder
- § **Indétermination liée à la nature du traitement d'information** à laquelle on a accès comme sujet connaissant. La physique n'est que un cas particulier.
- § Pas de distinction précise entre « instrument de mesure » et « phénomène » → Insaisissables

DE TOUT CELA SORT L'IDEE GUIDE DE CE TRAVAIL:

On va toujours essayer de rapporter *sur le même espace d'interaction* le(s) «instrument(s) de mesure» et le(s) «phénomène(s) à mesurer» et on va mettre en évidence *qualitativement* (transformations) et *quantitativement* (mesures d'information) les enjeux dynamiques qui se passent entre les entités

Motivation (*rappel*) :

En cognition aussi une distinction précise entre instrument de mesure (nos sensations, nos actes cognitifs, etc..) et phénomène n'est pas possible

« ESPACE DE L'INFORMATION COGNITIVE »

§ (*rappel*) Dynamical Hypothesis « Les agents cognitifs sont des systèmes dynamiques »

§ Penser les processus cognitifs à tous niveaux comme interactions de mesure, chaque interaction faisant partie d'une *interface de compréhension* plus ou moins *efficace* entre les systèmes qui effectuent les mesure et les phénomènes

§ Transposition de la problématique de la mesure quantique vers l'espace de phase d'un réseau neuronale humain

§ Position de l'analogie et recherche des correspondances

§ Travail d'éclaircissement d'interfaces entre la modélisation de la dynamique quantique et la dynamique des réseaux des neurones formels

[22] T. A. Stoffregen, B. Bardy "On specification and the senses" Behavioral and Brain Sciences, 2001

RAPPELS DE RESEAUX DE NEURONES FORMELS

Réseau de N neurones formels :

§ Vecteur d'état $\mathbf{s} \in \text{SGN}^N$,

s_i a valeurs dans $\text{SGN} = \{-1, 1\}$, représente l'état
{inactive, active} de chaque neurone

§ Matrice des poids synaptiques $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N$,

J_{ij} efficacité connexion synaptique du neurone j vers i ,
 $J_{ii} = 0$. Matrice \mathbf{J} est une matrice quelconque

§ Vecteur de biais (ou de seuil d'activation) $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^N$,

b_i seuil d'activation de chaque neurone

§ Equation dynamique locale à temps discrétisé

$$s_i(t+1) = \sigma \left(\sum_j J_{ij}(t) s_j(t) - b_i(t) \right)$$

σ est une fonction non linéaire $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \text{SGN}$

§ Evolution $\mathbf{s}(t=0) \rightarrow \mathbf{s}(t=\infty)$: comportement typique des
systèmes chaotiques

§ Si \exists attracteurs de la dynamique \rightarrow percept ou concept
bien déterminé (\rightarrow patterns)

[24] D.J. Amit "Modeling Brain Function: the world of attractor neural networks", Cambridge University Press, 1992

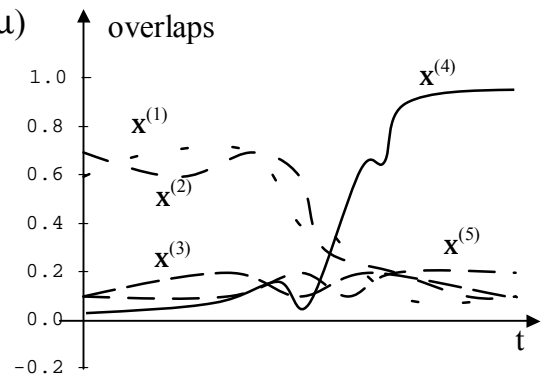
PATTERNS, OVERLAPS & PROCESSUS

§ Fixer le vecteur d'état $\mathbf{s}(t \rightarrow \infty)$ sur des « **patterns** » $\mathbf{x}^{(\mu)}$,

$$\mu \in \{1, 2, \dots, p < N\} \rightarrow J_{ij} = 1/N \sum_{\mu=1..p} \xi_i^{(\mu)} \xi_j^{(\mu)}$$

§ « **overlap** » $m^\mu(t) = 1/N \sum_i \xi_i^{(\mu)} s_i(t)$; « **distance** » entre l'état du réseau $\mathbf{s}(t)$ et un certain pattern $\mathbf{x}^{(\mu)}$

$$m^\mu(t): \text{SGN}^N \times \text{SGN}^N \rightarrow [-1, 1]$$



§ Lorsque $\mathbf{s}(t \rightarrow \infty) = \mathbf{x}^{(\mu)} \rightarrow$ processus donné par la suite des termes constants $\mathbf{x}^{(\mu)}(t) = \mathbf{x}^{(\mu)}(t+1) = \mathbf{x}^{(\mu)}(t+2) \dots$,

$$\mathbf{X}^{(\mu)} = \{\mathbf{x}^{(\mu)}(t)\}_{t=1..}$$

§ Suite $\mathbf{s}(t), \mathbf{s}(t+1), \mathbf{s}(t+2) \dots \rightarrow$ un seul processus gérant en *parallèle* les processus $\mathbf{X}^{(\mu)}$:

$$\mathbf{T}(t) = \{\mathbf{s}(t)\}_{t=1..} = F(\{\mathbf{X}^{(\mu)}\}_{\mu=1..p})$$

§ $m(t)$ ($m^\mu(t)$ pour tous les μ) \rightarrow « **activité** » de chaque pattern



Processus quelconques $\mathbf{X}^{(\mu)}(t) = \{\mathbf{x}^{(\mu)}(t)\}_{t=1\dots} \rightarrow$

$$\mathbf{T}(t) = F(\{\mathbf{X}^{(\mu)}(t)\}_{\mu=1..p})$$

L'activité globale du réseau est en train de gérer divers processus en *parallèle*: les processus coexistent en *même temps* sur le *même substrat physique*

DYNAMIQUES

Dynamique locale \rightarrow Dynamique globale : position du problème en termes stochastiques

§ $s_i(t+1) = \sigma(h_i(t) - b_i(t)) \rightarrow \Pr(s_i) = 1/2 (1 + \tanh(\beta h_i s_i))$

$h_i(t) = \sum_j J_{ij}(t) s_j(t), \quad \beta^{-1} = \ll \text{Température} \gg$

§ Changement notation dimensionnelle: Vecteur d'état \mathbf{s} à dim $N \rightarrow$ Vecteur de configuration \mathbf{I} à dim 2^N

§ On s'intéresse à construire une matrice stochastique \mathbf{W} des transitions $J \rightarrow I$, à termes $W(I | J)$. $\text{Dim}(\mathbf{W}) = 2^N \times 2^N$

§ Critères sur la mise à jour $\rightarrow \mathbf{W}_{\text{syn}}, \mathbf{W}_{\text{asy}}, \mathbf{W}_{\text{syno}}$



L'analyse des choix q'on fait au niveau de la modélisation est fondamentale lorsqu'on s'intéresse à clarifier les mécanismes d'interaction (*transitoires*) entre processus qu'on suppose avoir lieu à l'intérieur de la dynamique globale

Quelques aspects de l'analogie

DYNAMIQUES SYNCHRONES

$$\rho^{\wedge} \leftarrow ? \rightarrow \mathbf{W}_{\text{syn}}$$

§ Processus stochastique?

§ Critères sur la mise à jour

SYSTEMES, APPAREILS DE MESURE ET ENVIRONNEMENT DANS

WSYN, WASYR, WASYO

Notation $X^{(\mu)}(t) \rightarrow W^{(\mu)}(t)$: passage de la notation $\dim N \rightarrow \dim 2^N$

$$\text{Processus quantiques} \leftarrow ? \rightarrow W^{(\mu)}(t)$$

§ Intrications processus « sujet » et « objet » ?

§ Concurrence des processus

MESURE D'INFORMATION

Information transmissible entre phénomène et appareil de
mesure en mécanique quantique

← ? →

Information transmissible entre les processus $W^{(\mu)}(t)$

[18] Barndorff-Nielsen O. E, Gill R. D., Jupp P. E. "On Quantum Statistical Inference" (2001)

COMPOSITION DE **J** ET PASSAGE AUX **WSYN**, **WASYR**, **WASYO**

Fondamentale donner un lien entre l'évidence physique du
substrat du réseau neuronale **J** et les états gères par les
Wsyn, **Wasyr**, **Wasyo**

§ **J** composition des **J₁**, **J₂** ...

J_i = connexions internes d'une aire
celebrale; termes hors les blocks
diagonaux de **J** = projections d'une
aire sur une autre

J₁	J_{2→1}	...	J_{k→1}
J_{1→2}	J₂	...	J_{k→2}
...	...	J_{..}	...
J_{1→k}	J_{2→k}	...	J_k

§ **J** composition des **J**⁻ et **J**⁺, synapses inhibitrices ou excitatrices

§ **J** d'apprentissage : $\mathbf{J}(t+1) = \mathbf{J}(t) + \mathbf{F} \mathbf{s}(t)$, **F** une matrice tenant en compte la règle d'apprentissage (ex, Hebb)

$$\rho^{\wedge} = \sum_k \text{Pr}(k) |\psi^{(k)}\rangle \langle \psi^{(k)}|$$

← ? →

Etude des dynamiques jointes dans **Wsyn** des **Wsyn**₁, **Wsyn**₂,... réalisées à partir des **J**₁, **J**₂ ...

Synthèse

§ Cerveau complètement décrit par un réseau dynamique de neurones → l'Univers des connaissances objectives et subjectives est le réseau dynamique

§ Pluralité des processus constitue l'objet aussi bien que le sujet connaissant (pluralité des processus en tant que résultat d'une interface cerveau-monde ou effectivement externes)

INTERFACES DEVISEES ET CORRESPONDANCES A EVALUER

Cas Quantique

Cas Neuronale

Espace de phase	Espace de phase
Opérateurs de mesure ou de dynamique	Les $W^{(\mu)}(t)$
Dynamique $i\hbar(\partial/\partial t)\rho^{\wedge} = [H^{\wedge}, \rho^{\wedge}]$	La dynamique synchrone sur les $W^{(\mu)}(t)$
Intrication des processus à l'origine du problème de la mesure	Concurrence entre les processus $W^{(\mu)}(t)$
Indétermination quantique et indétermination statistique	Causes de imprédictibilité ou d'évolution probabiliste
Indétermination sur les observables	Indétermination cognitive (il y a t-il un « $\hbar cog$ » ?)
Transmission de l'information au cours du processus de mesure	Transmission de l'information au cours de l'interaction entre les $W^{(\mu)}(t)$